
Test Telematico di Matematica (A)

Scienze Agrarie 7/09/2020



1) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(x) (1 - \cos(x))}{x^4} .$$

2) Calcolare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione

$$f(x) = \frac{\log(x^2)}{x^2 + 1}$$

nel punto di ascissa $x_0 = 1$

3) Determinare l'insieme di definizione della funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{\log(x + 3)} .$$

4) Calcolare

$$\int_0^1 \frac{e^x}{e^x + 1} dx .$$

SOLUZIONE

1) Si scrive il limite in forma divisa

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(x)(1 - \cos(x))}{x^4} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(x)}{x^2} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x^2} \\ &= 1 \cdot \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

2) Calcoliamo $f(1)$ e $f'(1)$. Si ha $f'(x) = \left(2\frac{x^2+1}{x} - 2x \log(x^2)\right) / (x^2 + 1)^2$ per cui

$$f(1) = 0 \quad f'(1) = 1$$

L'equazione della retta tangente è

$$y = x - 1$$

3) L'insieme di definizione D è dato dai valori reali per i quali risulta $x^2 - 4 \geq 0$, $x + 3 > 0$ e $x + 3 \neq 1$. Si ha quindi

$$D = (-3, -2) \cup [2, +\infty).$$

4) Risulta

$$\begin{aligned}\int_0^1 \frac{e^x}{e^x + 1} dx &= [\log(e^x + 1)]_0^1 \\ &= \log(e + 1) - \log(2) \\ &= \log \frac{e + 1}{2}\end{aligned}$$